MAT203 ANALİTİK GEOMETRİ I DERSİ BÜTÜNLEME SINAVI SORULARI

23.01.2020

SORU1: $A = A(1,2,3)$ noktasının uzayda yerini belirleyiniz. **(10 puan)**

SORU2: Düzlemde bir xoy dik koordinat sistemi ve aralarında 120^0 açı bulunan $x'oy'$ eğik koordinat sistemi veriliyor. xoy dik koordinat sisteminde verilen $A(1,2)$ noktasının $x'oy'$ eğik koordinat sistemindeki koordinatlarını bulunuz. $(m(xx') = 0^0)$ **(20 puan)**

SORU3: Kartezyen koordinatlarda verilen $A(-3,0)$ noktasının kutupsal koordinatlarını bulunuz? **(10 puan)**

SORU4: $d_1 \ldots\ldots\ldots \begin{cases} x = -2 - \lambda \\ y = -5 + 4\lambda \\ z = 0 \end{cases}$ ve $d_2 \ldots\ldots\ldots \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -9 + t \\ z = 2t \end{cases}$ doğruları için

a) d_1 ve d_2 nin bir noktada kesiştiğini gösteriniz,
b) Arakesit noktasını bulunuz
c) d_1 ve d_2 arasındaki açıyı bulunuz **(30 puan)**

SORU5: $A(1,2,3)$, $\mathrm{B}(1,0,1)$ $\mathrm{C}(0,0,1)$ noktalarından geçen düzlemin denklemini yazınız. **(10 puan)**

SORU6: $P_1 \ldots 2\mathrm{x} - \mathrm{y} + \mathrm{z} - 1 = 0$, $P_2 \ldots \mathrm{x} - \mathrm{y} + \mathrm{z} - 2 = 0$ ve $P_3 \ldots 3\mathrm{x} + \mathrm{y} - 1 = 0$ düzlemlerinin birbirlerine göre durumunu inceleyiniz.**(15 puan)**

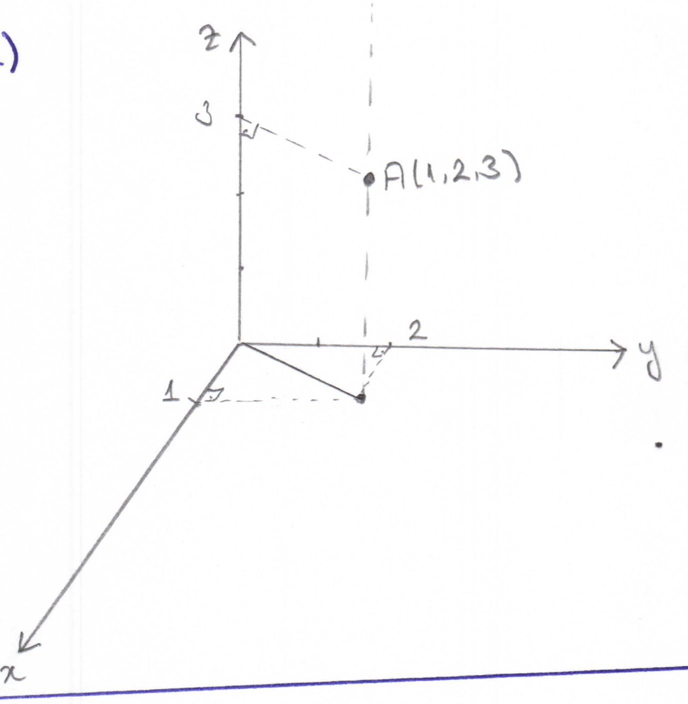
SORU7: $A(1,2,-4)$ den geçen ve xoy düzlemine paralel olan düzlemin denklemini yazınız. **(15 puan)**

Süre 110 dakikadır.

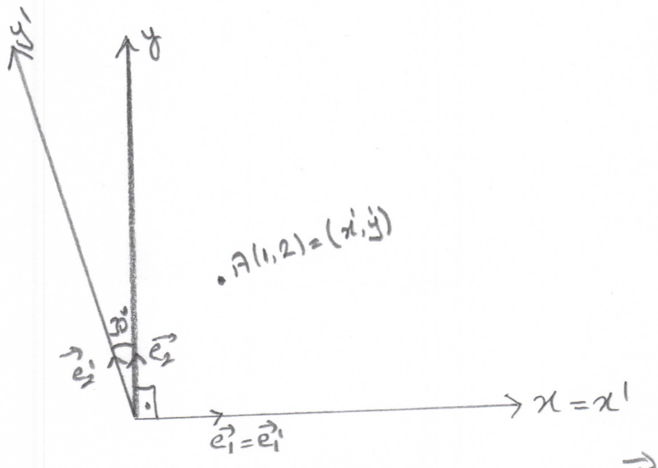
Prof. Dr. Emin KASAP

CEVAP ANAHTARI

1)



2)



$\vec{OA} = \vec{e_1} + 2\vec{e_2}$ dir.

A nın $x'oy'$ deki koordinatları (x', y') olsun.

$\Rightarrow \vec{OA} = x'\vec{e_1'} + y'\vec{e_2'}$ olur.

$\Rightarrow \vec{e_1} + 2\vec{e_2} = x'\vec{e_1'} + y'\vec{e_2'}$

Eşitliğin her iki yanını önce $\vec{e_1}$ sonra $\vec{e_2}$ ile iç çarpalım:

$\vec{e_1}$ ile;

$1 = x'\cos 0° + y'\cos 120° \Rightarrow x' - \frac{y'}{2} = 1 \quad ...(1)$

$\vec{e_2}$ ile;

$2 = x'\cos 90° + y'\cos 30° \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}y' = 2 \quad ...(2)$

(1) ve (2) den $x' = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $y' = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow (x', y') = \left(1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$

3) $x = -3$, $y = 0$

$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta \Rightarrow r^2 = x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow r = \mp 3$

$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \arctan 0 \Rightarrow \theta = 0°, 180°$

$r = 3$ için $\bar{x} = \overset{+}{r}\cos\theta$ olup $\theta = 180°$ olur.

$\Rightarrow (3, 180°), (-3, 0°)$ dir.

4) a) $\lambda=0$ için $A(-2,-5,0)\in d_1$

$t=0$ için $B(-1,-9,0)\in d_2$ olup $\vec{AB}=(1,-4,0)$ olur.

d_1 in doğrultmanı $\vec{u}_1=(-1,4,0)$

d_2 nin doğrultmanı $\vec{u}_2=(3,1,2)$ olmak üzere,

$$\det(\vec{AB},\vec{u}_1,\vec{u}_2)=\begin{vmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}=0$$ olup d_1 ve d_2 bir noktada kesişir.

b) $d_1\cap d_2=\{K\}$ ve $K=(x_0,y_0,z_0)$ olsun.

$\Rightarrow$ $x_0=-2-\lambda$, $y_0=-5+4\lambda$, $z_0=0$ ve $x_0=-1+3t$, $y_0=-9+t$, $z_0=2t$ olup $t=0$ bulunur.

$t=0$ için $K(-1,-9,0)$ dır.

c) d_1 ile d_2 arasındaki açı, $\vec{u}_1$ ile $\vec{u}_2$ arasındaki açıdır.

$\langle\vec{u}_1,\vec{u}_2\rangle=\|\vec{u}_1\|.\|\vec{u}_2\|.\cos\alpha \Rightarrow 1=\sqrt{17}.\sqrt{14}.\cos\alpha$

$\Rightarrow \alpha=\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{17}.\sqrt{14}}\right)$ olur.

---

5) $A(1,2,3)$, $B(1,0,1)$, $C(0,0,1)$ için

$\vec{AB}=(0,-2,-2)$, $\vec{AC}=(-1,-2,-2)$

$$\vec{n}=\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 0 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & -2 \end{vmatrix}=(0,2,-2)$$

$\Rightarrow P\ldots\ 2y-2z+d=0$

$C\in P \Rightarrow -2+d=0 \Rightarrow d=2$

$\Rightarrow P\ldots\ y-z+1=0$

---

6)
$$\det(\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3)=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}=-1\neq 0$$ olup üç düzlem bir noktada kesişir.

---

7) $z=0$ düzlemine paralel olacağından $\vec{n}=(0,0,1)$ olur.

$\Rightarrow P\ldots\ z+d=0$ dır.

$A(1,2,-4)\in P$ olduğundan $-4+d=0$ olup $d=4$.

$\Rightarrow P\ldots\ z+4=0$ olur.